

## 3.5 OSI in GREDI

### UVOD

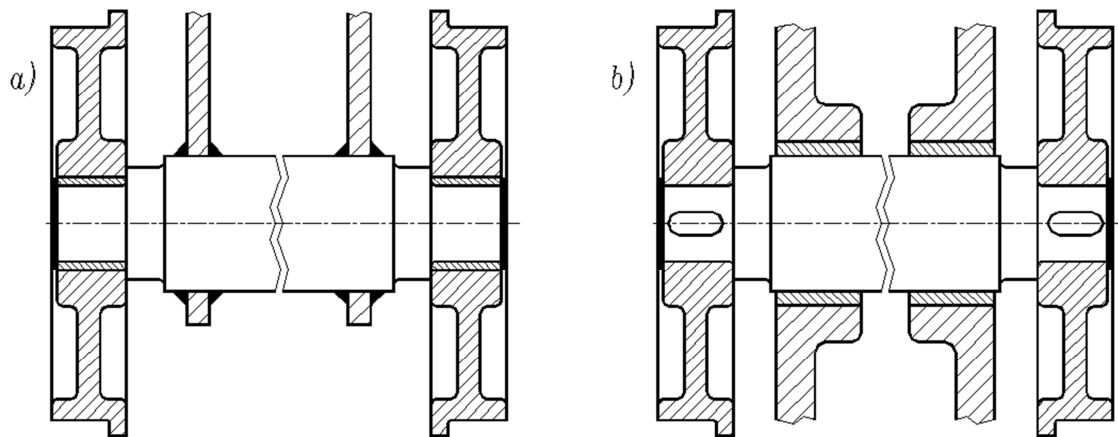
- So strojni elementi za prenašanje vrtilnega gibanja.
- Njihov prerez je po vsej dolžini največkrat okrogel, lahko je tudi kvadraten, pravokoten, šestrogen itd.
- Zaradi spreminjajočega upogibnega momenta vzdolž gredi oz. osi, se spreminja tudi velikost prereza.
- Geometrijske osi gredi oz. osi so hkrati tudi geometrijske osi elementov, ki jih nosijo oz. so na njih pritrjeni.
- Osi so obremenjene samo s prečnimi silami, zato se v njihovih prerezih pojavljajo upogibne napetosti.
- Gredi so hkrati obremenjene s prečnimi silami na upogib in z vrtilnim momentom na vzvoj ali torzijo.
- Na oseh in gredeh se lahko pojavljajo tudi vzdolžne (aksialne) sile, ki osi, gredi in ležaje obremenjujejo na tlak. Če pa so odmaknjene od geometrijske osi zveze, pa povzročajo tudi dodaten upogib.

### GRADIVA ZA OSI IN GREDI

- V večini primerov za njihovo izdelavo uporabljamo žilava jekla s čim večjo trdnostjo, ki pa naj bodo  $I_e$  malo občutljiva za zarezne.
- To so osnovna in kakovostna jekla, ki so lahko nelegirana ali legirana.
- Glede na naknadno toplotno obdelavo pa so pogosto v rabi kakovostna jekla, ki niso toplotno obdelana, jekla za poboljšanje in  $I_e$  v redkih primerih jekla za cementiranje, nitrirana jekla za poboljšanje ali jekla za površinsko kaljenje.
- V izjemnih primerih so osi in gredi izdelane iz jeklene, sive, nodularne, temprane litine, brona, aluminijevih, magnezijevih zlitin ali celo iz lesa.
- Mehanske lastnosti materialov za izdelavo osi in gredi so podane v TAB 134, 135 in 136.

### OSI

- Osi so strojni elementi, ki nosijo druge elemente, preko katerih se prenaša vrtilno gibanje.
- Lahko mirujejo (omogočajo vrtenje) ali pa se vrtijo skupaj z elementi, ki so na njih pritrjeni.
- Obremenjene so vedno samo na upogib.



a) mirujoča os,

b) vrtljiva os

### Mirujoče osi

- Elementi na osi se vrtijo in prenašajo vrtilno gibanje, same osi pa mirujejo (so trdno pritrjene na podlago — ohišje).
- Vrteči se elementi so drsno ali kotalno uležajeni na osi in tako obremenjujejo os z zvezno (kontinuirano) ali točkovno obremenitvijo.
- Obremenjene so z utripno obremenitvijo.
- Ker so ponavadi obremenjene samo s prečnimi (radialnimi) silami in le redko tudi z vzdolžnimi (aksialnimi) silami, so vedno obremenjene na upogib.
- Uporabljajo se v splošni strojearhitekturi, pri gradnji dvigal, žerjavov, transportnih naprav in pri vozilih.
- Za dimenzioniranje mirujočih osi je odločilna napetost, ki jo povzročajo zunanje obremenitve. V podporah osi pa je odločujoč površinski tlak med osjo in podlago.
- Os dimenzioniramo na upogib (izračunamo potrebni premer osi  $d$  v nevarnem prerezu), kontroliramo pa jo na površinski tlak med osjo in podlago v podpori (lahko tudi izračunamo širino podlage  $b$ ).

### Dimenzioniranje in kontrolo mirujoče osi

- Izračun največjega upogibnega momenta  $M_{fmax}$ :

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{W} \leq \sigma_{fdop}$$

- Izračun odpornostnega momenta osi - za okrogli prerez:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$$

- Izračun dopustne upogibne napetosti:

$$\sigma_{fdop} = \frac{\sigma_{Dutr}}{\nu} \quad \nu = 3 \text{ do } 5$$

$\sigma_{fdop}$  [MPa] dopustna upogibna napetost (TAB 134,136),

$\sigma_{Dutr}$  [MPa] trajna dinamična utripna trdnost (TAB 134),

$\nu$  varnost pri utripni obremenitvi osi,

- Izračun premera osi ob upoštevanju prejšnjih enačb:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{fmaks}}{\pi \sigma_{fdop}}} \approx \sqrt[3]{\frac{10 M_{fmaks}}{\sigma_{fdop}}}$$

Izračunani premer osi zaokrožimo na standardno število, ki je podano v TAB 137.

- Kontrola površinskega tlaka med osjo in podlago v podpori:

$$p = \frac{F}{d \cdot b} \leq p_{dop} \quad F = F_A \text{ ali } F_B$$

$F$  [N] obremenitev v podpori (upoštevamo tisto, ki povzroča večji površinski tlak),

$F_a, F_b$  [N] reakciji v podporah  $A$  ali  $B$ ,

$d$  [mm] premer osi v računani podpori,

$b$  [mm] širina podloge v računani podpori,

$p_{dop}$  [MPa] dopustni površinski tlak med osjo in podlago (TAB 135).

### Vrtljive (rotirajoče) osi

- Uporabljamo jih, kadar se deli, ki so na os trdno vezani (z zagozdo, moznikom, utorno zvezo itd.), skupaj z njo vrtijo.
- Os je s svojimi tečaji uležajena z drsnimi ali kotalnimi ležaji.
- Takšne osi se uporabljajo pri tirničnih vozilih, transportnih sredstvih itd.
- Zaradi zunanjih obremenitev so obremenjene z izmenično obremenitvijo.

- Za dimenzioniranje vrtljivih osi je odločilna napetost, ki jo povzročajo zunanje obremenitve. V podporah osi je odločujoč površinski tlak med osjo in podlago.
- Os dimenzioniramo na upogib (izračunamo potrebni premer osi  $d$  v nevarnem prerezu), kontroliramo pa površinski tlak med osjo in podlago v podpori (lahko tudi izračunamo širino podlage  $b$ ).
- Izračun največjega upogibnega momenta  $M_{fmax}$ :

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_{fmax}}{W} \leq \sigma_{fdop}$$

- Izračun odpornostnega momenta osi - za okrogli prerez:

$$W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$$

- Izračun dopustne upogibne napetosti:

$$\sigma_{fdop} = \frac{\sigma_{Dizm}}{\nu} \quad \nu = 4 \text{ do } 6$$

$\sigma_{fdop}$  [MPa] dopustna upogibna napetost (TAB 134,136),  
 $\sigma_{Dizm}$  [MPa] trajna dinamična izmenična trdnost (TAB 134),  
 $\nu$  varnost pri izmenični obremenitvi osi,

- Izračun premera osi ob upoštevanju prejšnjih enačb:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{fmax}}{\pi \sigma_{fdop}}} \approx \sqrt[3]{\frac{10 M_{fmax}}{\sigma_{fdop}}}$$

Izračunani premer osi zaokrožimo na standardno število, ki je podano v TAB 137.

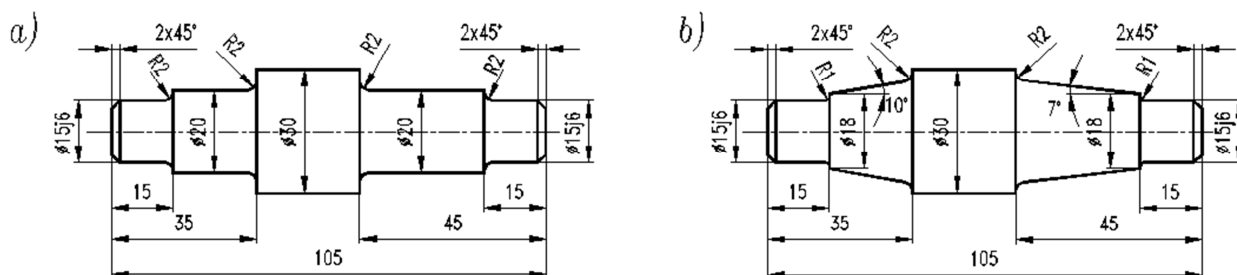
- Kontrola površinskega tlaka med osjo in podlago v podpori:

$$p = \frac{F}{d \cdot b} \leq p_{dop} \quad F = F_A \text{ ali } F_B$$

- $F$  [N] obremenitev v podpori (upoštevamo tisto, ki povzroča večji površinski tlak),  
 $F_a, F_b$  [N] reakciji v podporah  $A$  ali  $B$ ,  
 $d$  [mm] premer osi v računani podpori,  
 $b$  [mm] širina podloge v računani podpori,  
 $p_{dop}$  [MPa] dopustni površinski tlak med osjo in podlago (TAB 135).

## Oblikovanje osi

- Pri oblikovanju osi moramo upoštevati potek upogibnih momentov po dolžini osi in osi oblikovati tako, da se bodo napetosti v vseh prerezi vzdolž osi čim manj razlikovale.
- Ker bi bila teoretično idealna oblika osi zelo zahtevna za izdelavo in tudi draga, se skušamo z oblikovanjem idealni obliki približati, obenem pa znižati izdelovalne stroške.
- Potek upogibnega momenta je največkrat po paraboli in tej obliki se skušamo približati s stopničastimi (a) ali stožčastimi prehodi (b).



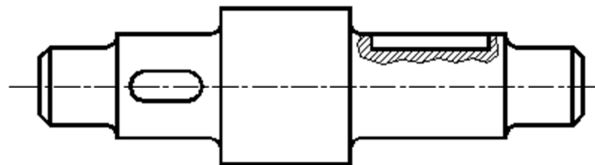
## GREDI

### Vrste in uporaba gredi

- Gredi so elementi za prenos vrtilnega gibanja.
- V primerjavi z osmi se vedno vrtijo.
- Od osi se razlikujejo tudi po tem, da so obremenjene hkrati na upogib in torzijo.
- Po obliki in namenu uporabe jih lahko razdelimo na ravne, kolenaste, zglobne in gibke gredi.

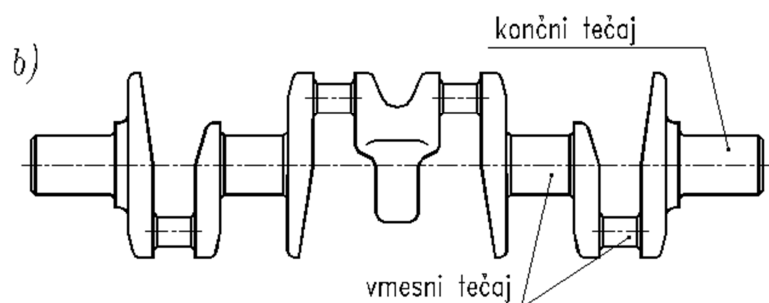
## Ravne gredi

- Uporabljajo se največkrat (v splošni strojegradnji, pri motornih vozilih, obdelovalnih in gospodinjskih strojih, transportnih napravah itd).
- V tečajih se opirajo na ležaje, ki omogočajo njihovo vrtenje. Tečaji so lahko na koncih gredi ali pa vmes.
- Geometrijska os je pri ravnih gredeh neprekinjena črta.



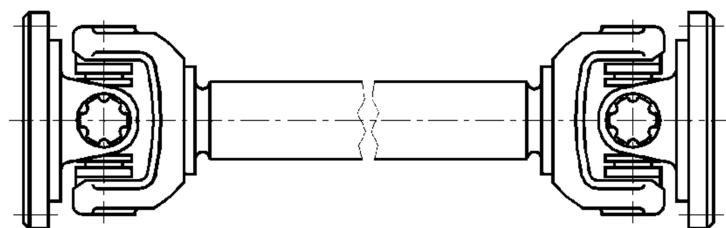
## Kolenaste gredi

- Imajo lomljeno geometrijsko os. Uporabljajo se za pogone batnih strojev (motorji z notranjim zgorevanjem, parni stroji, črpalke, kompresorji, stiskalnice itd.).
- Krajše kolenaste gredi imajo dva tečaja, daljše pa več (glavni in ojnični tečaji).



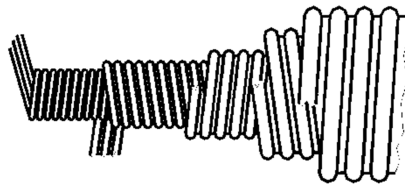
## Zglobne gredi

- Imenujejo se tudi kardanske gredi.
- Uporabljajo se v primerih, ko je treba vrtilno gibanje prenašati v dveh ravninah (na dveh višinah).
- Zelo so razširjene pri motornih vozilih, kmetijskih, gradbenih in obdelovalnih strojih, kjer poganjajo kolesa, vretena, bobne, mize itd.



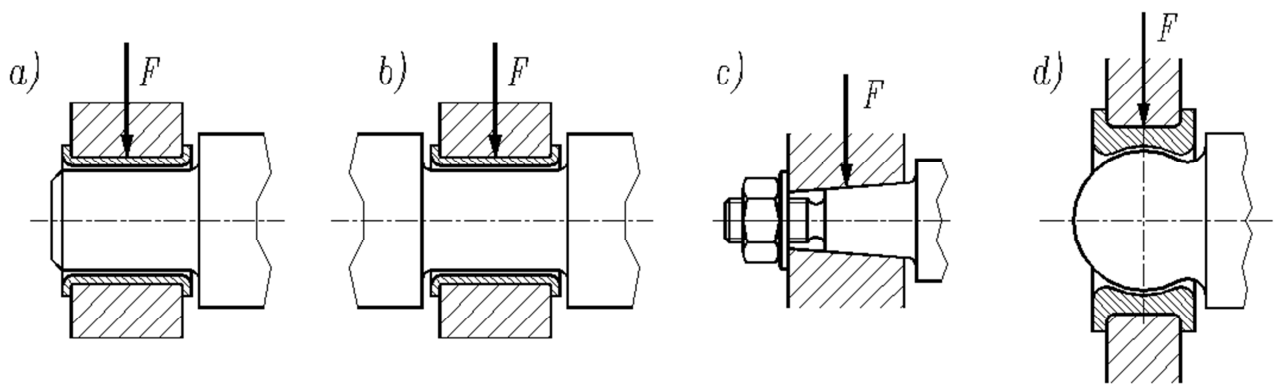
## Gibke gredi

- Uporabljamo jih, če je treba vrtilno gibanje prenašati mimo ovir ali pod ostrimi koti.
- Sestavljene so iz ene ali več žic, ki so spleteno v pramene, ti pa v vrv (gred).
- Pogosto se uporabljajo pri motornih vozilih (pogon mehničnega števca prevožene poti), pri kmetijskih strojih (pogon kosilnic na nitko) itd..

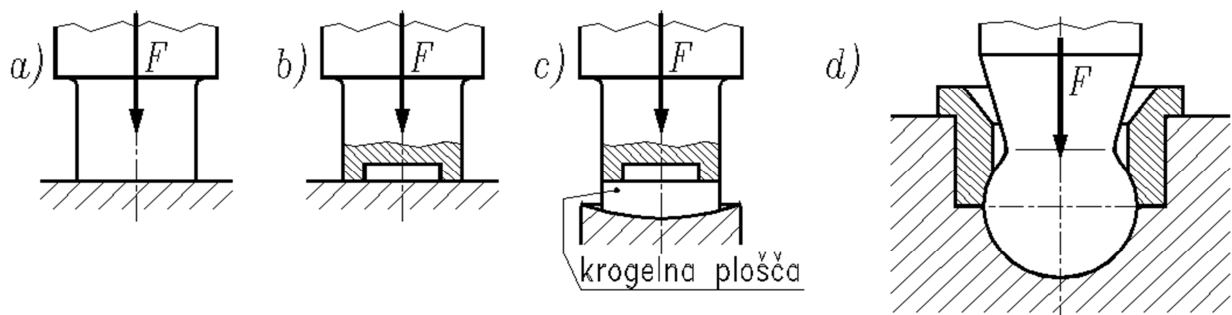


## Tečaji in nasloni gredi

- V tečajih se gredi opirajo na ležaje, ki omogočajo vrtenje gredi.
- Nasloni pa preprečujejo vzdolžno premikanje gredi.
- Po smeri delovanja obremenitve razlikujemo:
  - Nosilne (radialne) tečaje,
  - Oporne (aksialne) tečaje.



a) Valjni končni tečaj, b) valjasti vmesni tečaj, c) stožčasti tečaj, d) krogelni tečaj



a) s polno dotikalno površino, b) z obročno dotikalno površino, c) s krogelno dotikalno površino, d) krogelni tečaj.

## Preračun gredi

- Gredi so zaradi prečnih sil, obremenjene na upogib, zaradi vrtenja pa so obremenjene na vzvoj ali torzijo.
- Ker se prečne obremenitve pojavljajo v prostoru, izračunamo upogibne momente v dveh med seboj pravokotnih ravninah in nato rezultirajoče upogibne momente.
- Skupni primerjalni moment (zaradi upogibne in torzijske obremenitev gredi) izračunamo po Huberjevi porušitveni hipotezi, ki upošteva največje preobrazbeno delo.
- Premer gredi v nevarnem prerezu (na mestu največjega upogibnega momenta) lahko izračunamo z upoštevanjem primerjalnega momenta.
- Preračun gredi je razdeljen v tri med seboj ločne dele:
  - dimenzioniranje gredi (izračun premera gredi v nevarnem prerezu),
  - oblikovanje gredi,
  - kontrola gredi.

## Dimenzioniranje gredi

- Dejanske napetosti v posameznih prerezih po dolžini gredi lahko izračunamo šele, ko gred oblikujemo in poznamo njene resnične mere in obliko.
- Za njihovo določitev moramo poznati zunanje obremenitve, način obremenitve, pogoje pri vgradnji, način pritrditve elementov na gred itd.
- Za grobo ocenitev premera gredi zadošča približen (orientacijski) izračun gredi, ki upošteva samo torzijsko obremenitev (z upoštevanjem dopustne torzijske napetosti  $\tau_{dop}$ , ali z upoštevanjem dopustnega zasučnega kota  $\varphi_{dop}$ ).
- Osnova za orientacijski izračun je vzvojni (torzijski) moment:

$$T = \frac{P}{\omega} \quad \omega = 2\pi n$$

$P$  [W] moč, ki se prenaša preko gredi,

$\omega$  [s<sup>-1</sup>, rad/s] kotna hitrost gredi,

$n$  [min<sup>-1</sup>] vrtilna frekvenca gredi.



- Če je  $P$  podan v kW in  $n$  v min<sup>-1</sup> izračunamo torzijski moment z enačbo:

$$T \approx 9,55 \cdot 10^3 \frac{P}{n}$$

- Izračun orientacijske vrednosti premera gredi (poznan material gredi in torzijski moment):

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{\text{dop}}}}$$

- Če upoštevamo enačbe

$$T \approx 9,55 \cdot 10^3 \frac{P}{n} \quad \tau_t = \frac{T}{W_t} \leq \tau_{\text{tdop}} \quad W_t = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$$

izračunamo premer gredi z enačbo:

$$d \approx 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{\text{dop}}}} \approx 36,5 \sqrt[3]{\frac{P}{n \cdot \tau_{\text{dop}}}}$$

- Približni izračun premera gredi  $d$  z upoštevanjem dopustnega kota zasuka  $\varphi_{\text{dop}} = 0,25^\circ/\text{m}$ :

$$d \approx 13 \sqrt[4]{T} \approx 129 \sqrt[4]{\frac{P}{n}}$$

- Približni izračun premera gredi  $d$  z upoštevanjem dopustnega kota zasuka  $\varphi_{\text{dop}} = 0,50^\circ/\text{m}$ :

$$d \approx 11 \sqrt[4]{T} \approx 109 \sqrt[4]{\frac{P}{n}}$$

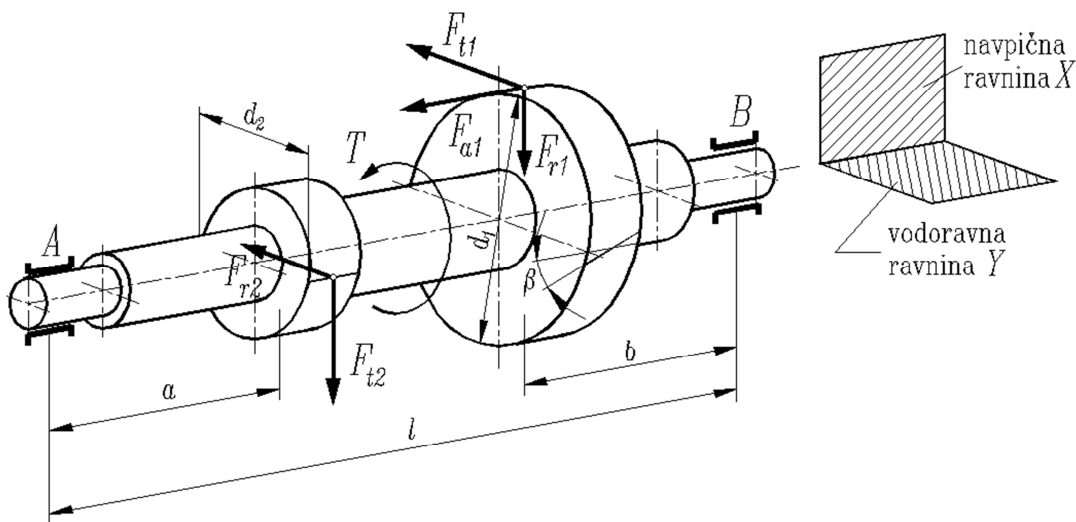
- Tako izračunani premer gredi je približen in ga smemo uporabiti za oceno pri oblikovanju gredi Ie v primeru, če bomo kasneje izvajali kontrolo gredi. Izračunani rezultat lahko uporabimo tudi kot pomoč pri natančnem dimenzioniranju gredi.

Natančni izračun premera gredi  $d$  :

- Za natančni izračun premera gredi moramo poznati obremenitev gredi (zunanje sile in torzijski moment).
- Ker je gred prostorski nosilec, v vsaki ravnini obravnavamo te sile, ki v njej povzročajo upogibne momente.
- Ko določimo sile, najprej izračunamo reakcije, nato pa upogibne momente.
- Na koncu izračunamo še rezultirajoče upogibne momente in izmed njih izberemo največjega, ki je odločilen za dimenzioniranje gredi.
- Z upoštevanjem maksimalnega upogibnega in torzijskega momenta izračunamo primerjalni moment  $M_p$ , ki je osnova za izračun premera gredi  $d$ .

- Postopek dimenzioniranja gredi:

1. Skica gredi z obremenitvijo:



2. Podano gred (nosilec) rešujemo v dveh med seboj pravokotnih ravninah:

1. vodoravno (horizontalno) ravnino  $X$ ,
2. navpično (vertikalno) ravnino  $Y$ .

...

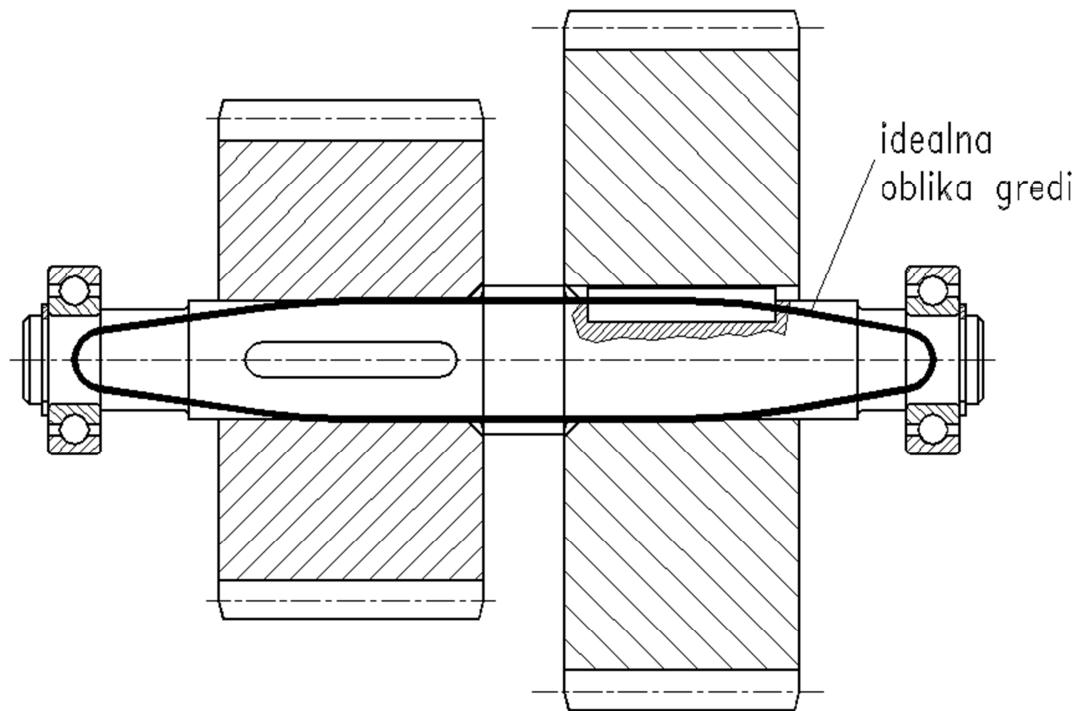
...

...

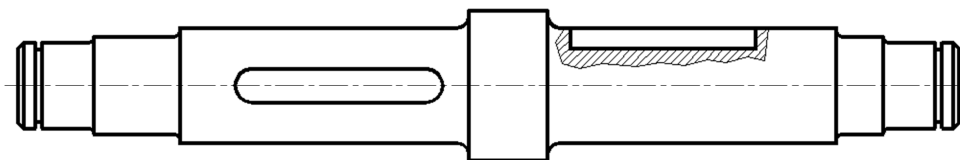
7. Izračun premera gredi  $d$

## Oblikovanje gredi

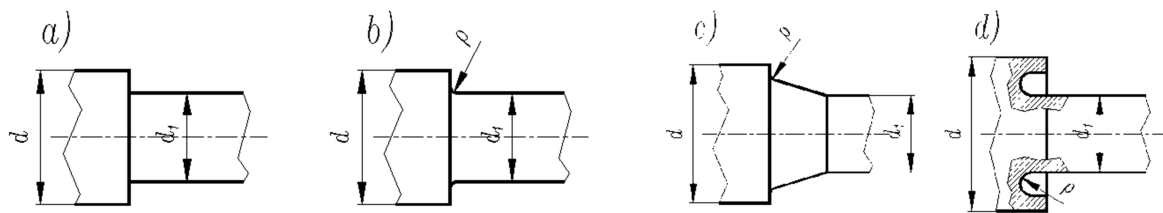
- Oblikujemo jo tako, da premere zmanjšujemo od izračunanega premera proti tečajema (podporama), oblika gredi mora čim bolj slediti poteku upogibnega momenta (z upoštevanjem lastne teže gredi).
- V tem primeru dobimo v vseh prerezih gredi enake upogibne napetosti, kar je trdnostno in ekonomsko najbolj upravičeno.



- Idealni obliki gredi se najlažje približamo s stopničastimi prehodi, ki so hkrati tudi nasloni in preprečujejo vzdolžne premike elementov (ležaji, zobniki, jermenice itd.).



- Zaradi stopničastega oblikovanja prehodov z večjega na manjši premer se v teh prerezih povečajo napetosti zaradi zarezne učinka.
- Zarezni učinek mora biti čim manjši, zato prehode oblikujemo na osnovi enega od prikazanih primerov:

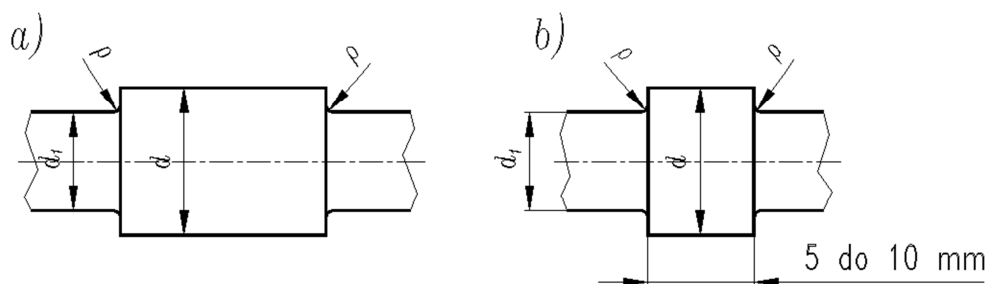


- a) slaba rešitev (velik zarezni učinek), b) običajna izvedba (z zaokrožitvijo),  
 c) stožčasti prehod (za velika razmerja premerov),  
 d) najboljša izvedba z razbremenilnim utorom.

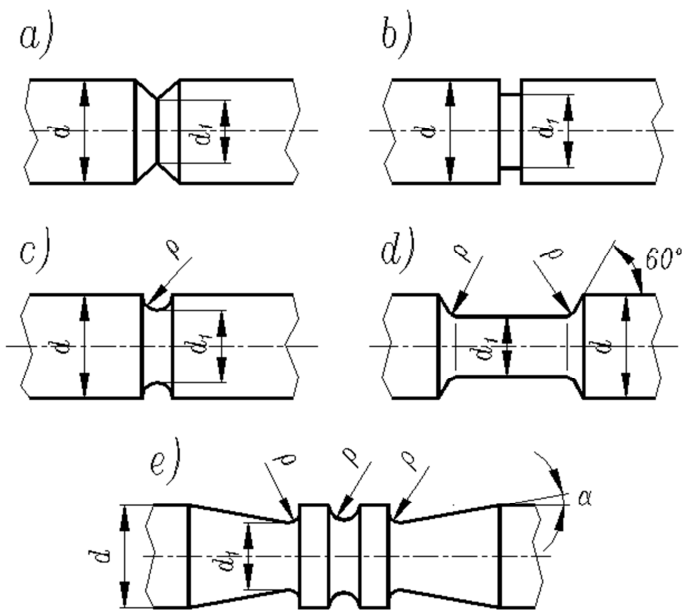
- V praksi se pogosto uporablja izvedba *b*, ker daje zadovoljivo trdnostno rešitev in je tehnološko ter ekonomsko najustreznejša.
- Izvedbo *d* uporabljamo samo pri velikih izmeničnih obremenitvah, ker je tehnološko zelo zahtevna in zato draga.
- Razmerja premerov in izbiro polmera zaokrožitve v praksi določimo z enačbama :

$$\frac{d}{d_1} \approx 1,2 \text{ do } 1,5 \quad \rho \approx 0,1d_1$$

- Včasih je treba pri oblikovanju gredi uporabiti prehod preko roba (grebena). Prednost dajemo ožjim grebenom, ker povzročajo manjši zarezni učinek kot širši.

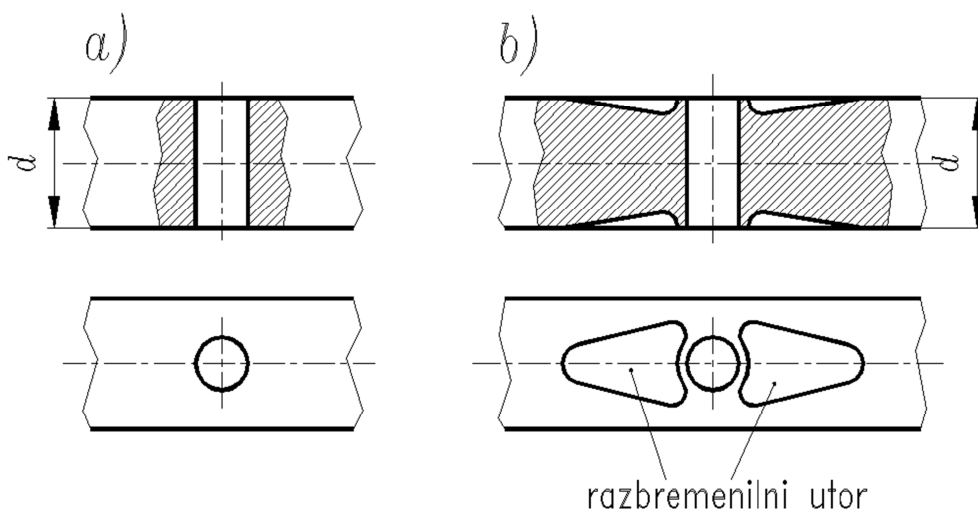


- Pri gladkih gredeh, ki imajo po vsej dolžini enako velik prerez, uporabljamo prehod z žlebom.



a) najslabša rešitev (ostri robovi - velik zarezni učinek), b) slaba rešitev (ostri robovi - velik zarezni učinek), c) običajna izvedba z ozkim žlebom, d) dobra rešitev s širokim žlebom, e) najboljša rešitev z ozkim žlebom in razbremenilnima utoroma.

- Če so na gredi prečne izvrtine, ki povzročajo zarezni učinek, tega lahko zmanjšamo z razbremenilnimi utori. Vendar takšna rešitev močno podraži izdelavo gredi.



a) slaba rešitev (velik zarezni učinek),  
b) dobra rešitev z razbremenilnimi utori.